**O imagine care conține text

Descriere generată automat**

**CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ *„PETRU MAIOR”***

***Colegiul „Petru Maior” Reghin***

**EDIȚIA a II-a, 9.04.2022**

**Clasa a IX-a**

**BAREM DE EVALUARE ȘI CORECTARE**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

**Problema 1**

a) Suma a trei numere în progresie aritmetică este egală cu 21. Dacă acestora li se adună numerele 2,3 şi 9 atunci se obţin alte trei numere în progresie geometrică. Determinați cele trei numere iniţiale.

b) Arătaţi că , .

**Soluţie:**

|  |  |
| --- | --- |
| a) Se consideră numerele în progresie aritmetică ....  Atunci avem numerele:  cărora le adunăm 2,3 şi 9  sunt în progresie geometrică  .....................................................  cu soluţiile  şi .  Atunci numerele sunt  sau ....................................................................................... | **1p**  **1p**  **1p** |
| b) Fie , .  I. Etapa de verificare:  (A) ....................................................  II. Etapa de demonstraţie: , adică presupunem (A) şi trebuie demonstrat că  este adevărat.  Din ...........................  Atunci    este adevărat.  Din I şi II, pe baza principiului inducţiei matematice, rezultă că cerinţa este verificată...................... | **1p**  **1p**  **2p** |

**Problema 2**

Se dau funcţiile date prin:

, , . Se cere:

a) Determinați funcţia .

b) Studiați monotonia funcţiei , pentru toate valorile .

**Soluţie:**

|  |  |
| --- | --- |
| a) ,  .................................................  .....................................................................  . Deci, . ..................................................... | **1p**  **1p**  **1p** |
| b) Pentru  avem  care este o funcţie strict crescătoare. ............................  Pentru  avem  a cărei monotonie variază astfel:  Când  avem  funcţie strict descrescătoare, ceea ce înseamnă că funcţia nu va fi monotonă pe . .............................................................................  Când  avem  funcţie strict crescătoare. Trebuie studiată monotonia pe .  Când   .......................................................................  Când  ...........................................................  Deci, .....................................................................  Funcţia  rămâne strict crescătoare pe dacă imaginile celor două ramuri ale funcţiei nu au puncte comune, adică . Cum   . .........................................  Pentru , imaginile vor avea puncte comune, deci funcţia nu mai este monotonă pe......  Când  avem  funcţie constantă, , ceea ce înseamnă că funcţia nu va fi monotonă pe , deoarece . ................................................................... | **0,5p**  **0,5p**  **0,5p**  **0,5p**  **0,5p**  **0,5p**  **0,5p**  **0,5p** |

**Problema 3**

Calculați expresiile:

a) ;

b) .

**Soluţie:**

|  |  |
| --- | --- |
| a)  ........................................  ........................................  ............................................  .............................................. | **1p**  **1p**  **1p**  **1p** |
| b) | **6x0,5**  **=3p** |

**Problema 4**

În trapezul ,  şi . Notăm cu  centrul de greutate al  şi cu  centrul de greutate al . Arătați că pentru orice punct *M* din plan are loc egalitatea:

.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Soluţie:** | În : . ...................  Cum , .......  obţinem    . (1) ...............  Analog,  (2). ........ | **1p**  **1p**  **1p**  **1p**  **2p** |
| Din relaţiile (1) şi (2) obţinem: , *c.c.t.d.* .......... | | **1p** |